Facultad de Ciencias
Carrera de Física

Examen de Fin de Carrera

Marzo – 2017

INDICACIONES: El examen está constituido por tres secciones. La primera sección corresponde a ejercicios valorados en 6.25 puntos cada uno. La segunda sección tiene 40 preguntas de opción múltiple. Elija la o las respuestas correctas según corresponda. La tercera sección corresponde a una evaluación de lectura comprensiva. En la sección de preguntas de opción múltiple cada respuesta incorrecta será penalizada con medio punto mientras que la puntuación de las respuestas en blanco es cero.

Materiales: Los estudiantes pueden utilizar esfero, lápiz, borrador y calculadora básica no programable.

Una superficie esférica de radio **R** tiene distribuida uniformemente una carga total **Q**. La esfera rota alrededor del eje **z** con velocidad angular constante ω. La magnitud del campo magnético de este arreglo es:

$$\vec{\boldsymbol{B}} = \begin{cases} b_0\omega\hat{\boldsymbol{z}} & si\, r < R \\ \dfrac{b_0\omega R^3}{2r^3}\left(2\cos\theta\,\hat{\boldsymbol{r}} + \sin\theta\;\hat{\boldsymbol{\theta}}\right) & si\, r > R \end{cases}$$

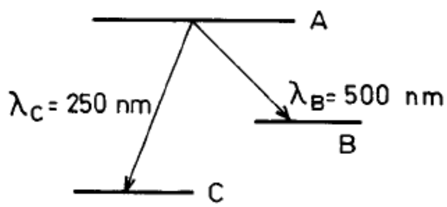
Donde

$$b_0 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2}{3}\frac{Q}{R}$$

a. Considere el caso cuando la velocidad angular no es constante $\dot{\omega} \neq 0$. Calcule el campo eléctrico inducido según Faraday en la superficie de la esfera como función de θ.
b. Calcule el torque que el campo eléctrico inducido produce sobre la esfera.
c. Asuma que ω es constante. Calcule la energía almacenada en el campo magnético. Demuestre que $2/3$ de esta energía se encuentran dentro de la esfera, y $1/3$ fuera.
d. Escriba la energía calculada en el literal (c) como $\frac{1}{2}I_{mag}\omega^2$, y encuentre una expresión para I_{mag}.

Una partícula con velocidad ***V(V,0,0)*** ingresa en una región del espacio en la que existe un campo magnético uniforme ***B(0,0,B)*** perpendicular a ***V.*** Determine las ecuaciones del movimiento para las coordenadas ***x,y,z*** en cualquier momento del tiempo.

La sección eficaz para la excitación por impacto electrónico de cierto nivel atómico A es 1.4 10^{-20} cm^2. El nivel tiene un tiempo de vida media de 2 10^{-8} s, y decae 10% de veces al nivel B y 90% al nivel C. (a) Calcular la población por cm^3 en el nivel A cuando un haz de electrones de 5 mA/cm^2 (mili-amperio/cm^2) pasa a través del vapor de esos átomos a presión de 0.05 Torr y T= 300K. (b) Calcular la intensidad de la luz emitida por cm^2 en la transición de A$\rightarrow$B expresada en watts/ steroradian.



Dada la función de onda para una partícula en una caja

$$\psi(x,t) = 2iSen\left(\frac{\pi x}{L}\right)e^{-iE_1t/\hbar} - \sqrt{3}Sen\left(\frac{3\pi x}{L}\right)e^{-i9E_1t/\hbar}$$

a. Normalice la función de onda
b. Si se mide la energía, de probabilidad hay que obtener el valor E_1, 4 E_1, 3.8E_1, 9E_1, con $E_1 = \frac{(\pi\hbar)^2}{2mL^2}$
c. Calcule la densidad de probabilidad asociada ¿se trata de un estado estacionario? ¿Por qué?

El silicio cristaliza en una estructura cúbica cuya red es centrada en las caras con una base [000] y $\left[\frac{}{4}\frac{}{4}\frac{}{4}\right]$

a) Escriba las coordenadas fraccionales de todos los átomos en la celda convencional unitaria del silicio
b) Mostrar que las reflexiones para las cuales $h + k + l = 4n + 2$ tienen cero intensidad en el patrón de difracción.
c) ¿Cuántas ramas acústicas y ópticas se encuentran en el diagrama de dispersión del silicio? Bosqueje este diagrama de dispersión.

1. Considérese un elipsoide de revolución

$$\left(1+\frac{a^2}{c^2}\right)x^2+\left(1+\frac{a^2}{b^2}\right)y^2+\frac{a^2}{c^2}(z^2-2xz)+2xy=a^2$$

construido con un material homogéneo de densidad ρ.

(a) Calcula la matriz de momentos de inercia.

(b) Calcula los ejes principales del elipsoide y escríbelo en su forma canónica.

(c) Discute la estabilidad del giro en torno a los tres ejes principales.

2. Sea H_0 el hamiltoniano de un sistema con n grados de libertad. Sean $(\eta_1 \dots \eta_{2n}) = \vec{\eta}$ coordenadas generalizadas y sus correspondientes momentos canónicos, tal que $\vec{\eta} = \vec{\eta_0}$ es una solución estacionaria.

   (a) Demuestra que, bajo pequeñas perturbaciones en torno a la solución estacionaria, $\vec{\eta} = \vec{\eta_0} + \vec{\xi}$, a primer orden el Hamiltoniano efectivo viene dado por $H(\eta_0, \xi) = \frac{1}{2}\xi S \xi$, siendo S una matriz $2n \times 2n$ con componentes que son funciones solamente de $\vec{\eta_0}$.

   (b) Supongamos que todas las frecuencias correspondientes al régimen de pequeñas oscilaciones son distintas. Sea M una matriz cuadrada $2n \times 2n$ formada por las componentes del conjunto de autovectores (modos) del sistema. Demuestra que es posible normalizar los autovectores de forma que M sea la matriz Jacobiana de una transformación canónica.

   (c) Demuestra que la transformación canónica así construida transforma el Hamiltonianoo efectivo a un nuevo Hamiltoniano $H' = i\omega_j q_j p_j$, donde ω_j es la frecuencia del modo j. ¿Cuáles son las ecuaciones del movimiento en este conjunto de coordenadas canónicas?

1. Sea un gas ideal de N partículas ultrarelativistas en una caja de volumen V cuyo Hamiltoniano está dado por

$$H\left(q_i, p_i\right) = \sum_{i=1}^{N} |\vec{p}_i|\, c$$

donde c es la velocidad de la luz y $|\vec{p}_i| = \sqrt{p_{x_i}^2 + p_{y_i}^2 + p_{z_i}^2}$.

1. Escribir la función de partición para el sistema de N partículas, $Z\left(T, V, N\right)$.
2. Escribir $Z\left(T, V, 1\right)$.
3. Verificar que $Z\left(T, V, N\right) = \dfrac{1}{N!}\left[Z\left(T, V, 1\right)\right]^N$.
4. Calcular la energía media, $U = \langle E \rangle$.
5. Calcular la energía libre de Helmholtz, $F\left(T, V, N\right)$.
6. Calcular la entropía del sistema, $S(T, V, N)$.
7. Determinar la ecuación de estado.
8. Calcular la capacidad calorífica a volumen constante, C_V.